

# Resümee

der Diplomarbeit *Die Grenzschicht von Akkretionsscheiben um junge Sterne*

Marius Hertfelder

Innerhalb meiner Diplomarbeit, die den Titel „Die Grenzschicht von Akkretionsscheiben um junge Sterne“ trägt, habe ich mich mit radialen, eindimensionalen Modellen der Grenzschicht von Akkretionsscheiben beschäftigt. Da ich bis zu diesem Zeitpunkt hauptsächlich analytisch gearbeitet habe und nur wenige Kenntnisse von numerischen Methoden hatte, war das ursprüngliche Ziel meiner Diplomarbeit, die stationären, radialen Hydrodynamikgleichungen unter dem Einschluss von Strahlungstransport zu lösen. Durch das Wegfallen der Zeitabhängigkeit zeigen die eindimensionalen Gleichungen (in dem von mir betrachteten Fall) lediglich eine Abhängigkeit von der radialen Ortskoordinate  $r$  und können mit Hilfe von vorhandenen Integrationsroutinen numerisch integriert werden.

Zunächst habe ich die stationären Gleichungen für die Grenzschicht im Falle einer polytropen Zustandsgleichung berechnet. Eine Polytropenrelation der Form  $p = K\rho^\gamma$  ( $K$  ist die Polytropenkonstante und  $\gamma$  der Adiabatenexponent) verknüpft den Druck  $p$  lediglich mit der Dichte  $\rho$ . Sie hat somit den Vorteil, dass – im Gegensatz zu beispielsweise einer idealen Gasgleichung – die Dynamik des Systems unabhängig von der Thermodynamik (also der Energiegleichung) gelöst werden kann. Diese Rechnungen stellten sich später als idealer Testfall für die weitergehenden, zeitabhängigen Rechnungen heraus (s.u.). In diesem Fall erwies sich die Shooting-Methode als ein erfolgreiches Integrationsverfahren, da sie die Lösung von so genannten *Boundary Value Problems* ermöglicht. Dabei handelt es sich um Problemstellungen, für die an beiden Integrationsrändern Randbedingungen bestehen und die darum am Innenrand zum Teil mit Test- oder Probierwerten losintegriert werden müssen.

Nach der erfolgreichen Berechnung rein polytroper Modelle (vergleiche auch mit Arbeiten von Kley & Papaloizou, 1997) wurden diese auf den allgemeinen, radiativen Fall erweitert (siehe dazu Popham & Narayan, 1995). Aber schon sehr bald zeigte sich, dass aufgrund der singulären Punkte in den Differentialgleichungen das bisher verwendete Lösungsverfahren (Shooting-Methode) nicht direkt anwendbar war, weil sich Diskontinuitäten ausbildeten, die in diesem Fall große numerische Probleme bereiten. Diese singulären Punkte tauchen beim Übergang von subsonischer zu supersonischer Bewegung auf. Aus diesem Grund wurde mit dem Relaxationsverfahren eine weitere Standardmethode zur Lösung von Boundary Value Problemen getestet. Jedoch stellte sich heraus, dass auch in diesem Fall schwerwiegende numerische Probleme, verursacht durch die singulären Punkte, auftauchen. Bei den zeitabhängigen Gleichungen tritt diese Problematik nicht auf, weil sie keine singulären Punkte enthalten und Diskontinuitäten, wie Stoßwellen, durch so genannte *shock capturing* Techniken behandelt werden können. Obwohl die Lösung der stationären, radiativen Gleichungen nicht unmöglich ist (Popham & Narayan, 1995), habe ich mich dazu entschlossen, die vollen zeitabhängigen Hydrodynamikgleichungen unter dem Einschluss von Strahlungstransport zu lösen. Durch die Möglichkeit, nun auch nicht-stationäre Probleme angehen zu können und die einfachere Implementation neuer Physik in den Code erschien mir dieser Weg für die zu lösende Aufgabe am sinnvollsten.

Ausgehend von den allgemeinen Navier-Stokes Gleichungen habe ich somit die *zeitabhängigen* radialen Bewegungsgleichungen für die Grenzschicht unter Einbeziehung von radialem Strahlungstransport und vertikaler Kühlung abgeleitet. Zur numerischen Lösung dieser Gleichungen habe ich anschließend

von Grund auf ein neues Programm geschrieben, welches die zeitabhängigen eindimensionalen Hydrodynamikgleichungen in Zylinderkoordinaten löst. Dieses basiert auf einer Upwind-Methode von zweiter Ordnung in Raum und Zeit, wie es im bekannten ZEUS-Algorithmus dargelegt ist (Stone & Norman, 1992). Zur Stabilitätserhöhung wird ein Teil der Terme, unter anderem die Viskosität und der radiale Strahlungstransport, in impliziter Weise gelöst. Die Anfangs- und Randbedingungen werden sauber formuliert.

Bevor das neu entwickelte Programm für wissenschaftliche Rechnungen verwendet wurde, habe ich zunächst die im Bereich der hydrodynamischen Gittercodes üblichen Testrechnungen durchgeführt. Durch den Vergleich dieser Ergebnisse mit den analytischen Lösungen beziehungsweise den Resultaten anderer Codes kann das Programm verifiziert werden. Die Hydrodynamik wird mit Hilfe des Riemann-Problems (*Shocktube*) getestet. Eine weitere Überprüfung des Shockverhaltens liefert die Sedov-Blastwave. Die implizite Routine zur Lösung der Scherviskosität in der azimuthalen Impulsgleichung wird durch eine Taylor-Couette-Strömung verifiziert. Zuletzt testete ich die viskose Heizung und vertikale Kühlung (*radiative Akkretionsscheibe*) durch einen Vergleich mit den Ergebnissen der Codes FARGO (vgl. Masset, 2000) und RH2D (siehe Kley, 1999). In allen Fällen stimmt die erzielte Lösung sehr gut mit den analytischen Ergebnissen beziehungsweise anderweitig erzielten numerischen Lösungen überein.

Anschließend an diese Testfälle habe ich rein polytrope Grenzschichtmodelle untersucht. Dazu wurde auch in dem zeitabhängigen Gittercode eine polytrope Zustandsgleichung implementiert und somit der Vergleich mit den stationären Rechnungen ermöglicht. Hier zeigt sich ebenfalls eine hervorragende Übereinstimmung der stationären Lösung mit der durch zeitabhängige Rechnungen erhaltenen Gleichgewichtslösung. Gleichzeitig hat sich auch bestätigt, dass es bei der zeitabhängigen Methode möglich ist, durch den sonischen Punkt hindurch zu integrieren.

Nachdem diese Vorarbeiten geleistet waren, habe ich neben der Dynamik auch die volle Thermodynamik simuliert. Das bedeutet, eine realistische Zustandsgleichung (ideale Gasgleichung) wird verwendet und das vollständige Gleichungssystem wird gelöst. Zugrunde gelegt wurde in diesen Modellen ein junger Stern (*Protostern*), der von einer Akkretionsscheibe (*protostellare Scheibe*) umgeben wird. Hierbei sind neben den Geschwindigkeiten auch die Dichte und vor allem die Temperaturentwicklung von besonderem Interesse. Mit Hilfe der Definition eines “Standard-Modells”, in welchem der Protostern eine Massenakkretionsrate von  $10^{-6} M_{\odot}/\text{yr}$  aufweist, wurden die wesentlichen Eigenschaften der Grenzschicht untersucht. Es stellt sich dabei ein Gleichgewichtszustand nach etwa 500 Rotationsperioden (bei  $R_*$ ) ein.

Die Dynamik des Standardmodells zeigte im Vergleich zu den polytropen Modellen keine neuen Features, außer dass die Radialgeschwindigkeit – wie es im Übrigen auch in allen anderen Simulationen der Fall war – jederzeit subsonisch bleibt. Die Effektivtemperatur zeigte in der Boundary Layer ein deutlich ausgeprägtes Maximum, während in der Dichte an dieser Position ein Minimum zu erkennen war. Dies deckt sich mit der Vorstellung, dass die Grenzschicht einen Flaschenhals zwischen der Akkretionsscheibe und dem Stern im Zentrum darstellt und gleichzeitig eine große Menge an Energie in diesem Bereich freigesetzt wird.

Eine Variation der Viskosität bewirkt im Wesentlichen eine Veränderung der radialen Ausdehnung der Boundary Layer. Je größer die Viskosität wird, umso breiter wird die Grenzschicht. Die Oberflächendichte nimmt dagegen für kleinere Werte der Viskosität zu, da sich aufgrund des ineffektiveren Massentransports mehr Gas in der Scheibe ansammeln kann. Die primäre Beobachtungsgröße des Systems, nämlich die Effektivtemperatur (d. h. die Oberflächentemperatur der Scheibe), ändert sich jedoch im Gegensatz zur Temperatur in der Scheibenmittelebene kaum. Dies liegt daran, dass der simulierte Bereich mit zunehmender Temperatur auch eine höhere Dichte aufweist und dadurch die optische Tiefe zunimmt.

Deutlich sichtbar in der Effektivtemperatur ist die Variation der Massenakkretionsrate. Mit steigendem Masseneinstrom nimmt die Effektivtemperatur  $T_{\text{eff}}$  deutlich zu. Der Grund dafür ist, dass die durch die Akkretion abgegebene Energie proportional zu der Menge der akkretierten Masse ist,  $\frac{dE}{dt} = \frac{GM_*\dot{M}}{R_*}$ . Ebenso ändern sich die Breite und die Dynamik der Boundary Layer stark. Die Variation der Massenakkretionsrate bewirkt nämlich eine starke Veränderung der Dichte, die sich über mehrere Größenordnungen erstreckt. Dadurch wird die Viskosität stark beeinflusst und letztlich erhält die Boundary Layer darüber eine Struktur, die von  $\dot{M}$  abhängig ist. Bei Akkretionsraten unter  $10^{-7}M_{\odot}/\text{yr}$  wird die Grenzschicht optisch dünn, was eine härtere Strahlung im Bereich der Boundary Layer bedingt. Eine Variation von  $\dot{M}$  bewirkt also merkbare Veränderungen in allen physikalischen Größen, die auch durch Beobachtungen von realen Situationen im Weltall deutlich sichtbar sein sollten.

Ebenso macht sich eine Veränderung der Rotationsgeschwindigkeit des Sterns,  $\Omega_*$ , in der Effektivtemperatur bemerkbar. Mit abnehmendem  $\Omega_*$  steigt die Effektivtemperatur in der Boundary Layer an. Dies liegt daran, dass die für die Temperatur verantwortliche viskose Dissipation proportional zur Scherung  $d\Omega/dr$  ist. Je größer die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega_*$  des Sterns wird, desto kleiner wird der Gradient in  $\Omega$  und desto kleiner wird auch die viskose Dissipation. An der sonstigen Struktur der Boundary Layer ändert sich bis auf die Amplitude des Minimums in der Radialgeschwindigkeit nichts.

Nach diesen Parameterstudien wurde untersucht, wie sich die Boundary Layer verändert, wenn man statt der Standard- $\alpha$ -Viskosität (Shakura & Sunyaev, 1973) eine etwas abgeänderte Vorschrift verwendet (siehe Popham & Narayan, 1995). Diese Simulationen zeigten, dass die effektive Viskosität  $\nu$  am Anfang der Boundary Layer zunächst kleiner ist als ein  $\nu = \alpha c_s^2/\Omega_K$  mit  $\alpha = 0.01$ . Nachdem die Winkelgeschwindigkeit etwa 80 Prozent des keplerschen Werts erreicht hat, steigt die Viskosität an und wird größer als die des Standardmodells. In der Effektivtemperatur äußerte sich die neue Viskositätsvorschrift durch ein schwächer ausgeprägtes Maximum bei einer gleichzeitig breiteren thermischen Boundary Layer. Insgesamt wirkte der Gasfluss in diesem Modell homogener und gleichmäßiger. Das schnelle Einströmen und abrupte Abbremsen, beschrieben durch die Radialgeschwindigkeitskurve, ließ in diesem Modell deutlich nach.

Auch wurden die Auswirkungen des radialen Strahlungstransports näher untersucht. Dazu wurde das Standardmodell einmal mit radialer Diffusion und einmal ohne sie simuliert. Das Ergebnis dieser Berechnungen bestätigte die Vermutung, dass die radiale Strahlungsdiffusion die große Menge an Energie, die in der Boundary Layer frei wird, in Richtung der Scheibe verteilt und somit für eine Glättung der Temperaturkurve sorgt. Über die Viskosität verändert sich damit auch die Struktur der BL leicht.

In einem kurzen Ausblick habe ich mich innerhalb meiner Diplomarbeit mit der Grenzschicht um weiße Zwerge beschäftigt und fand heraus, dass diese sehr viel stabiler als solche um Protosterne sind. Auch war es mir sehr wichtig, im Rahmen der Diplomarbeit noch einmal die Theorie beziehungsweise den astronomischen Hintergrund der Grenzschichttheorie aufzuarbeiten. Dazu habe ich mich mit der Literatur und mit Veröffentlichungen über Akkretionsscheiben, die Grenzschicht, Doppelsternsysteme und Strahlungstransport auseinander gesetzt und für den Theorieteil meiner Arbeit aufbereitet.

## Literatur

- Kley, W. 1999. Mass flow and accretion through gaps in accretion discs. *MNRAS* **303**, 696–710.
- Kley, W., & J. C. B. Papaloizou 1997. Causal Viscosity in Accretion Disc Boundary layers. *MNRAS* **285**, 239–252.

- Masset, F. 2000. FARGO: A fast eulerian transport algorithm for differentially rotating disks. *A&AS* **141**, 165–173.
- Popham, R., & R. Narayan 1995. Accretion disk boundary layers in cataclysmic variables. 1: Optically thick boundary layers. *ApJ* **442**, 337–357.
- Shakura, N. I., & R. A. Sunyaev 1973. Black holes in binary systems. Observational appearance. *A&A* **24**, 337–355.
- Stone, J. M., & M. L. Norman 1992. ZEUS-2D: A radiation magnetohydrodynamics code for astrophysical flows in two space dimensions. I - The hydrodynamic algorithms and tests. *ApJS* **80**, 753–790.